



Olimpiada Națională de Matematică 2024
Etapa locală – Călărași, 10 februarie 2024
Clasa a VII -a

Problema 1.

- a) Arătați că $\sqrt{n+\sqrt{n^2-1}} = \sqrt{\frac{n+1}{2}} + \sqrt{\frac{n-1}{2}}$, pentru orice n număr natural nenul.
- b) Demonstrați că : $\frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \frac{1}{\sqrt{4+\sqrt{15}}} + \frac{1}{\sqrt{6+\sqrt{35}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2n+\sqrt{4n^2-1}}} > \sqrt{n}-1$

Bornea Cristina Emilia, Călărași

Problema 2.

- a) Fie a și b - două numere naturale nenule. Arătați că $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ este rațional dacă și numai dacă a și b sunt pătrate perfecte.

Bornea Cristina Emilia, Călărași

- b) Fie a, b și c numere naturale nenule. Arătați că, dacă numerele $\sqrt{a^2+b+c+1}, \sqrt{b^2+c+a+1}$ și $\sqrt{c^2+a+b+1}$ sunt raționale atunci $a=b=c$.

G.M. nr.6-7-8/2023

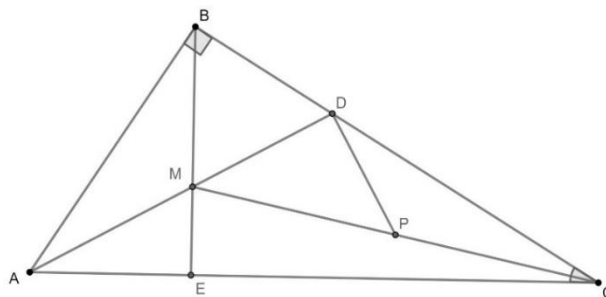
Problema 3.

Fie $ABCD$ un trapez isoscel ($AB \parallel CD$) cu diagonalele perpendiculare. Notăm $AC \cap BD = \{O\}$, iar punctele E și F mijloacele laturilor neperalele. Știind că $EF = 7\sqrt{2} \text{ cm}$, iar perimetrul trapezului este de $2(10 + 7\sqrt{2}) \text{ cm}$, aflați:

- Perimetrul triunghiului OEF .
- Înălțimea trapezului și laturile neperalele.
- Aria trapezului.

Problema 4.

Fie $\triangle ABC$ cu $\angle B = 90^\circ$ și $\angle C = 30^\circ$. Notăm cu M intersecția dintre bisectoarea AD , $D \in BC$ și înălțimea BE , $E \in AC$. Știind că P este mijlocul lui CM , arătați că $4 \cdot DP = AC$.



G.M. nr.10/2023

Succes!

Barem de corectare:

Problema 1. a) 4p, b) 3p; Problema 2. a) 3p, b) 4p; Problema 3. a) 3p, b) 2p, c) 2p; Problema 4. 7p